

# वायु सेना समूह X & Y के लिए

द्विघात समीकरण पर महत्वपूर्ण युक्तियाँ

## वायु सेना समूह X & Y के लिए द्विघात समीकरण पर महत्वपूर्ण युक्तियाँ

सर्वप्रथम, सिर्फ, X एवं Y के बीच सम्बन्ध जब स्थापित होता है, जब सभी सम्बन्ध परिभाषित हो।

1. रेखीय समीकरण: रेखीय समीकरणों में, दोनों X एवं Y का सिर्फ एक मान है। इसलिए, सम्बन्ध को आसानी से स्थापित किया जा सकता है।

$$4X+3Y=18, 7X+5Y= 12$$

$$(4X+3Y= 18) \times 5, (7X+5Y=12) \times 3$$

$$20X+15Y=90.....(i)$$

$$21X+15Y=36.....(ii)$$

समी.(i) को समी.(2) में से घटाने पर:

$$\text{हम प्राप्त करते हैं, } X = -54, Y = 78$$

$$\text{अतः, } Y > X$$

2. वर्ग: इसमें, हल में दोनों नकारात्मक एवं सकारात्मक मान होते हैं।

$$X^2=1600 \text{ एवं } Y^2=3600$$

$$X = \pm 40 \text{ एवं } Y = \pm 60$$

+60, -40 एवं +40 दोनों से बड़ा है, लेकिन, -60, दोनों -40 एवं +40 से कम है। इसलिए, उत्तर निश्चित नहीं किया जा सकता।

तरीका: जब दोनों समीकरणों को वर्ग रूप में दिया गया हो, तो उत्तर निश्चित नहीं किया जा सकता।

3. वर्ग एवं वर्गमूल स्थिति

$$X^2=1600 \text{ एवं } Y = \sqrt{3600}$$

हम जानते हैं कि, वर्गमूल का मान हमेशा सकारात्मक होता है। इसलिए, Y का मान सिर्फ +60 होगा -60 नहीं होगा।

$$X = \pm 40 \text{ एवं } Y = +60$$

$$+60, \text{ दोनों } +40 \text{ एवं } -40 \text{ से बड़े हैं। अतः, } Y > X$$

4. घन की स्थिति में

$$\text{यदि } X^3=1331, Y^3=729$$

$$\text{तो, } X=11 \text{ एवं } Y = 9$$

$$X>Y, \text{ इसलिए, सम्बन्ध } X > Y \text{ होगा।}$$

$$\text{यदि } X^3= -1331 \text{ एवं } Y^3= 729$$

$$\text{तो, } X= -11 \text{ एवं } Y = 9$$

$$X>Y, \text{ इसलिए, सम्बन्ध } X < Y \text{ होगा।}$$

विशेष: उपर्युक्त उदाहरण में आप कुछ उभयनिष्ठ देख सकते हैं? उभयनिष्ठ बात यह है,  $X^3 > Y^3$ , सम्बन्ध  $X > Y$  एवं जब  $X^3 < Y^3$  हो तो, सम्बन्ध  $X < Y$  होगा।

तरीका: जब दोनों समीकरणों को घन रूप में दिया गया हो, यदि  $X^3 > Y^3$ , तो,  $X > Y$  एवं  $X^3 < Y^3$ , तो,  $X < Y$

5. वर्ग एवं घन की स्थिति में:

यदि  $X^2=16$  एवं  $Y^3=64$

तो,  $X = +4, -4$  एवं  $Y=4$

इसलिए,  $Y = 4, X = 4$  के समान है एवं  $Y = 4, X = -4$  से बड़ा है।

इसलिए,  $Y \geq X$

यदि  $X^2=25$  एवं  $Y^3=64$

तो,  $X = +5, -5$  एवं  $Y = 4$

इसलिए,  $Y = 4, X = -5$  से बड़ा एवं  $X = +5$  से छोटा है। इसलिए, सम्बन्ध स्थापित नहीं किया जा सकता।

जैसा कि पूर्व अध्ययन नोट्स में चर्चा की गयी, हम आगे भी, निम्न चिह्न सारणी के आधार पर द्विघातीय समीकरणों पर चर्चा करेंगे:

माना, समीकरण  $AX^2+BX+C = 0$  या  $AY^2+BY+C = 0$  है:

समीकरण के प्रकार	$AX^2+BX+C = 0$ या $AY^2+BY+C = 0$		X या Y समीकरण में मूल	
	BX या BY का चिह्न	C का चिह्न	बड़े मूल का चिह्न	छोटे मूल का चिह्न
P	+	+	-	-
Q	-	+	+	+
R	+	-	-	+
S	-	-	+	-

स्थिति	X /Y के मूल	X/Y के मूल	निष्कर्ष
I	+,+ (Q)	+,+ (Q)	आसान
II	+,+ (Q)	+,- (R या S)	चर्चा करेंगे
III	+,+ (Q)	-,- (P)	बायाँ > दायाँ
IV	+,- (R या S)	-,- (P)	चर्चा करेंगे
V	+,- (R या S)	+,- (R या S)	नहीं बताया जा सकता
VI	-,- (P)	-,- (P)	आसान

स्थिति I: जब Q प्रकार की दोनों समीकरणों के दोनों मूल (+) हों, तो, यह उस स्थिति का परिणाम है:

(i) यदि  $X^2-5X+6 = 0$

दोनों मूल +3 एवं +2 सकारात्मक होंगे।

$Y^2-17Y+66 = 0$

दोनों मूल, +11 एवं +6 सकारात्मक होंगे।

हम देख सकते हैं कि, X के दोनों मूल, Y के दोनों मूलों से कम हैं। इसलिए,  $X < Y$

(ii) यदि  $X^2-17X+42$

दोनों मूल +14 एवं +3 सकारात्मक होंगे।

$Y^2-17Y+66 = 0$

दोनों मूल +11 एवं +6 सकारात्मक होंगे।

X	सम्बन्ध	Y
+14	>	+11
+14	<	+6
+3	<	+11
+3	<	+6

X एवं Y के बीच में दो सम्बन्ध हैं, जो कि,  $>$  एवं  $<$  हैं। इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

विशेष1: जब दोनों समीकरणों में BX (-) एवं C(+) हो, तो आपको गहराई में जाना होगा।

स्थिति II: जब एक समीकरण Q एवं दूसरी या तो, R या S प्रकार की हो।

(i) Q प्रकार:  $Y^2-49Y+444$ , मूल 37,12 हैं।

R प्रकार:  $X^2+14X-1887$ , मूल -51,37 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-51	$<$	37
-51	$<$	12
37	$=$	37
37	$>$	12

X एवं Y के बीच में तीन सम्बन्ध हैं,  $=$ ,  $>$  एवं  $<$ । इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

(ii) Q प्रकार:  $X^2-5X+6 = 0$ , मूल 3,2 हैं।

R प्रकार:  $Y^2+Y-6 = 0$ , मूल -3,2 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
3	$>$	-3
3	$>$	2
2	$>$	-3
2	$=$	2

X एवं Y के बीच में दो सम्बन्ध,  $>$ ,  $=$  हैं। इसलिए, सम्बन्ध  $X \geq Y$  है।

स्थिति III: जब P प्रकार की एक समीकरण में दोनों मूल, (-) एवं दूसरी Q प्रकार की समीकरण में दोनों मूल (+) हैं।

(i) P प्रकार:  $X^2+5X+6=0$ , मूल -3, -2 हैं।

Q प्रकार:  $Y^2-7Y+12=0$ , मूल 4,3 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-3	<	3
-3	<	2
-2	<	3
-2	<	2

इसलिए Y समीकरण के मूल, X के मूलों से बड़े हैं।

विशेष: इस स्थिति में, Q प्रकार की समीकरण के मूल हमेशा, P प्रकार की समीकरण के मूलों से बड़े होंगे।

स्थिति IV: यह स्थिति उसका परिणाम है, जब, P प्रकार की समीकरण के दोनों मूल नकारात्मक एवं दूसरी R या S प्रकार की समीकरण का एक मूल (-) एवं दूसरा (+) होगा।

(i) P प्रकार:  $X^2+5X+6$ , मूल, -3, -2 हैं।

R प्रकार:  $X^2+X-6$ , मूल, -3, 2 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-3	=	-3
-3	<	2
-2	>	-3
-2	<	2

X एवं Y के बीच तीन सम्बन्ध, =, > एवं < हैं। इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

(ii) P प्रकार:  $X^2+5X+6$ , मूल, -3, -2 हैं।

S प्रकार:  $X^2-X-6$ , मूल, 3, -2 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-3	<	3
-3	<	-2
-2	<	3
-2	=	-2

X एवं Y के बीच दो सम्बन्ध,  $<$ ,  $=$  हैं। इसलिए, सम्बन्ध  $X \leq Y$  है।

स्थिति V: यह स्थिति उसका परिणाम है, जब, दोनों समीकरण या तो R या S प्रकार की हों या एक समीकरण R प्रकार और दूसरी S प्रकार को हो, जिसका एक मूल (-) एवं दूसरा मूल (+) है।

(i) यदि  $X^2-X-6 = 0$

मूल, +3 and -2 हैं।

$Y^2-5Y-66 = 0$

मूल, +11 एवं -6 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
+3	$<$	+11
+3	$>$	-6
-2	$<$	+11
-2	$>$	-6

X एवं Y के बीच दो सम्बन्ध हैं, जो कि,  $>$  एवं  $<$  हैं। इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

(ii) यदि  $X^2+11X-42$

मूल, -14 एवं +3 हैं।

$Y^2+5Y-66 = 0$

मूल, -11 एवं +6 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-14	$<$	-11
-14	$<$	+6
+3	$>$	-11
+3	$<$	+6

X एवं Y के बीच दो सम्बन्ध,  $>$  एवं  $<$  हैं। इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

(iii) यदि  $X^2+X-6 = 0$

मूल, -3 एवं +2 हैं।

$Y^2-5Y-66 = 0$

मूल, 11 एवं -6 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-3	<	+11
-3	>	-6
+2	<	+11
+2	>	-6

X एवं Y के बीच में दो सम्बन्ध हैं, <, > इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

(iv) यदि  $X^2+11X-42$

मूल, -14 एवं +3 हैं।

$$Y^2+5Y-66 = 0$$

मूल, -11 एवं +6 हैं।

X	सम्बन्ध	Y
-14	<	-11
-14	<	+6
+3	>	-11
+3	<	+6

X एवं Y के बीच में दो सम्बन्ध हैं, <, > इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

विशेष4: इस स्थिति में उत्तर हमेशा "परिभाषित नहीं किया जा सकता" होगा।

निष्कर्ष: जब भी किसी प्रश्न में, C का चिह्न दोनों X एवं Y समीकरणों में (-) हो, तो, उत्तर सदैव "परिभाषित नहीं किया जा सकता" होगा।

स्थिति VI : यह स्थिति उसका परिणाम है, जब, दोनों समीकरण P प्रकार की हों एवं दोनों मूल (-) हों।

(i) यदि  $X^2+5X+6 = 0$

दोनों मूल, -3 एवं -2, नकारात्मक होंगे।

$$Y^2+17Y+66 = 0$$

दोनों मूल, -11 एवं -6 नकारात्मक होंगे।

हम देख सकते हैं कि, X के दोनों मूल, Y के दोनों मूलों से बड़े हैं। इसलिए,  $X > Y$ ।



(ii) यदि  $X^2+17X+42$

दोनों मूल, -14 एवं -3 नकारात्मक होंगे।

$$Y^2+17Y+66 = 0$$

दोनों मूल, -11 एवं -6 नकारात्मक होंगे।

X	सम्बन्ध	Y
-14	<	-11
-14	<	-6
-3	>	-11
-3	>	-6

X एवं Y के बीच में दो सम्बन्ध हैं, <, > इसलिए, सम्बन्ध परिभाषित नहीं किया जा सकता।

विशेष 6: जब दोनों समीकरणों में BX (-) एवं C(+) हो, आपको गहराई में जाना होगा।

अन्य उदाहरण:

$$2l^4-36l^2+162 = 0 \text{ एवं } 3m^4-75m^2+432 = 0$$

हल: मूलरूप से यह द्विघातीय समीकरण नहीं है क्योंकि, चर राशि की सर्वाधिक घात 4 है। लेकिन, यदि आप

$l^2$  को X एवं  $m^2$  को Y मानें, तो, समीकरण  $2X^2-36X+162=0$  एवं  $3Y^2-75Y+432=0$  होंगी।

अब, परिवर्तित समीकरण Q प्रकार की हैं, जिनके सभी मूल सकारात्मक हैं।

$X = l^2 =$  सकारात्मक मूल, अतः, l के 2 नकारात्मक एवं 2 सकारात्मक मूल होंगे।

$Y = m^2 =$  सकारात्मक मूल, अतः, m के भी नकारात्मक एवं 2 सकारात्मक मूल होंगे।

इसलिए, l एवं m के बीच सम्बन्ध नहीं परिभाषित किया जा सकता।

परीक्षाओं के लिए शुभकामनाएँ,

टीम ग्रेडअप

\*\*\*